

Lisa 5.

Ainevaldkond „Matemaatika” [Muudetud 26.05.2025 - jõust. 01.09.2025].

<u>1. Üldosa</u>	<u>3</u>
<u>1.1. Valdkonnapädevus</u>	<u>3</u>
<u>1.2. Ainetundide jaotus</u>	<u>3</u>
<u>1.3. Ainevaldkonna kirjeldus ja valdkonnasisene lõiming</u>	<u>4</u>
<u>1.4. Võimalusi valdkonnaüleseks lõiminguks, üldpädevuste arengu toetamiseks ja õppekava läbivate teemade käsitlemiseks</u>	<u>5</u>
<u>1.5. Õppe kavandamine ja korraldamine (õppekorralduse erisused)</u>	<u>7</u>
<u>1.6. Hindamine</u>	<u>8</u>
<u>1.7. Õppekeskkond</u>	<u>9</u>
<u>2. Ainekavad</u>	<u>10</u>
<u>2.1. LAI MATEMAATIKA</u>	<u>10</u>
<u>2.1.1. Õppeaine kirjeldus, sh lõimingu põhimõtted kursuste vahel ja aineülevalt, hindamise erisused</u>	<u>10</u>
<u>2.1.2. Gümnaasiumi lõpuks taotlevad teadmised, oskused, hoiakud</u>	<u>12</u>
<u>1. KURSUS – ARVUHULGAD JA AVALDISED</u>	<u>13</u>
<u>2. KURSUS – VÕRRANDID JA VÕRRANDISÜSTEEMID</u>	<u>14</u>
<u>3. KURSUS – VÕRRATUSED JA TRIGONOMEETRIA</u>	<u>16</u>
<u>4. KURSUS – TRIGONOMEETRIA II</u>	<u>17</u>
<u>5. KURSUS – VEKTOR TASANDIL. JOONE VÕRRAND</u>	<u>19</u>
<u>6. KURSUS – TÕENÄOSUS. STATISTIKA</u>	<u>21</u>
<u>7. KURSUS – FUNKTSIOONID. ARVJADAD</u>	<u>22</u>
<u>8. KURSUS – EKSPONENT- JA LOGARITMFUNKTSIOON</u>	<u>24</u>
<u>9. KURSUS – TRIGONOMEETRILISED FUNKTSIOONID. FUNKTSIOONI PIIRVÄÄRTUS JA TULETIS</u>	<u>25</u>
<u>10. KURSUS – TULETISE RAKENDUSED</u>	<u>27</u>
<u>11. KURSUS – INTEGRAAL. PLANIMEETRIA</u>	<u>28</u>
<u>12. KURSUS – SIRGE JA TASAND RUUMIS</u>	<u>30</u>
<u>13. KURSUS – STEREOMEETRIA</u>	<u>31</u>
<u>14. KURSUS – MATEMAATIKA RAKENDUSED, REAALSETE PROTSESSIDE UURIMINE</u>	<u>33</u>
<u>2.2. KITSAS MATEMAATIKA</u>	<u>35</u>
<u>2.2.1. Õppeaine kirjeldus, sh lõimingu põhimõtted kursuste vahel ja aineülevalt, hindamise erisused</u>	<u>35</u>
<u>2.1.2. Gümnaasiumi lõpuks taotlevad teadmised, oskused, hoiakud</u>	<u>36</u>
<u>1. KURSUS – ARVUHULGAD. AVALDISED. VÕRRANDID JA VÕRRATUSED</u>	<u>37</u>
<u>2. KURSUS – TRIGONOMEETRIA</u>	<u>39</u>
<u>3. KURSUS – VEKTORID. JOONE VÕRRAND</u>	<u>40</u>

<u>4. KURSUS – TÕENÄOSUS JA STATISTIKA</u>	<u>42</u>
<u>5. KURSUS – FUNKTSIOONID</u>	<u>43</u>
<u>6. KURSUS – JADAD. FUNKTSIOONI TULETIS</u>	<u>45</u>
<u>7. KURSUS – TASANDILISED KUJUNDID. INTEGRAAL</u>	<u>47</u>
<u>8. KURSUS – STEREOMEETRIA</u>	<u>48</u>

1. Üldosa

1.1. Valdkonnapädevus

Matemaatikaõpetuse eesmärk gümnaasiumis on kujundada õpilastes eakohane matemaatikapädevus, mis annab vahendid ja mõõdikud meid ümbritseva maailma uurimiseks ja kirjeldamiseks. Matemaatikapädevus hõlmab nii matemaatika sisemise loogika kui ka sotsiaalse, kultuurilise ja isikliku rolli mõistmist ja väärtustamist. Kõik see on seotud igapäevaeluliste ja teaduslike probleemide lahendamise ja eeldab probleemilahendamise põhioskuste saavutamist.

Matemaatika õpetusega taotletakse, et gümnaasiumi lõpuks kujuneks välja vastutustundlik ja enastjuhtiv õppija, kes:

1. arutleb ja argumenteerib loogiliselt;
2. leiab probleemile matemaatilise lahendustee ja matemaatika vahendid selle lahendamiseks;
3. modelleerib probleemi matemaatiliselt, st tõlgib probleemi matemaatika keelde;
4. kasutab probleemide lahendamisel ja saadud tulemuste esitlemisel erinevaid matemaatilisi esitusviise ja abivahendeid;
5. kasutab oskuslikult matemaatika sümboolikat ja keelt;
6. suhtleb matemaatilistel teemadel, selgitab esitatud lahendusi; tõlgendab saadud tulemusi, andes neile ka oma hinnangu.

1.2. Ainetundide jaotus

Ainevaldkonna õppeained on kitsas matemaatika ja lai matemaatika, mille kohustuslikud kursused on järgmised:

Lai matemaatika – 14 kohustuslikku kursust:

1. „Avaldised ja arvuhulgad“;
2. „Võrrandid ja võrrandisüsteemid“;
3. „Võrratused. Trigonomeetria I“;
4. „Trigonomeetria II“;
5. „Vektor tasandil. Joone võrrand“;
6. „Tõenäosus, statistika“;
7. „Funktsioonid. Arvjadad“;
8. „EkspONENT- ja logaritmifunktsioon“;
9. „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis“;
10. „Tuletise rakendused“;
11. „Integraal. Planimeetria“;
12. „Sirge ja tasand ruumis“;
13. „Stereomeetria“;
14. „Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine“.

Kitsas matemaatika – 8 kursust:

1. „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused“;
2. „Trigonomeetria“;
3. „Vektor tasandil. Joone võrrand“;
4. „Tõenäosus ja statistika“;
5. „Funktsioonid I“;
6. „Funktsioonid II“;
7. „Planimetria. Integraal“;
8. „Stereomeetria“.

Õppeaine	10. klass	11. klass	12. klass	Kokku kursust
Lai matemaatika	5	5	4	14
Kitsas matemaatika	3	3	2	8

1.3. Ainevaldkonna kirjeldus ja valdkonnasisene lõiming

Matemaatikaõpetuse eesmärk gümnaasiumis on kujundada õpilastes matemaatikapädevus, mis annab oskused loogiliseks mõtlemiseks, probleemide lahendamiseks ja analüüsiks. Meie gümnaasiumi eripära seisneb interdistsiplinaarses lähenemises ning praktiliste oskuste arendamises, mis toetab matemaatika rakendamist igapäevaelus ja eri valdkondades. Gümnaasiumis rõhutatakse individuaalset õppimist ja kriitilist mõtlemist, mis on ka matemaatikaõppe keskmes.

Matemaatika valdkond koosneb kahest aineksest – kitsast ja laiast matemaatikast. Üldjuhul teeb õpilane kitsa ja laia matemaatika vahel valiku gümnaasiumisse õppima asudes. Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilased saavad üle minna laiemale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilased kitsale matemaatikale. Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilasel on soovi korral võimalik üle minna laiemale matemaatikale esimese kursuse jooksul. Laia matemaatika õppesuuna valinud õpilane saab üle minna kitsale matemaatikale 10. klassi viienda kursuse lõpus, õppeaasta lõpus.

1.4. Võimalusi valdkonnaüleseks lõiminguks, üldpädevuste arengu toetamiseks ja õppekava läbivate teemade käsitlemiseks

Väärtuspädevus kujuneb matemaatika täpsuse ja loogilise mõtlemise arendamise kaudu, aidates õpilastel mõista korrektsuse ja süsteemsuse olulisust ning vastutustunnet oma arvutuste ja järelduste õigsuse suhtes.

Sotsiaalne ja kodanikupädevus areneb, kui õpilased lahendavad praktilisi majanduslikke ja sotsiaalseid probleeme, kasutades statistilisi meetodeid ja andmeanalüüsi, et toetada teadlikke otsuseid ühiskondlikel teemadel, nagu eelarvestamine, maksusüsteem ja demograafilised trendid.

Enesemääratlemispädevus hõlmab oskust mõista oma tugevusi matemaatikas ning kasutada neid teadlikult edasiste haridus- ja karjäärivalikute tegemisel, toetades enesekindlust ja järjepidevat tööd keerukate ülesannete lahendamisel.

Õpipädevus kujuneb läbi probleemipõhise õppe ja uurimusliku tegevuse, kus õpilased õpivad mõistma ja lahendama keerulisi matemaatilisi probleeme, arendades analüütilist mõtlemist ning süstemaatilist tööviisi.

Suhtluspädevus paraneb matemaatiliste mõttekäikude ja argumentide selge esitamise kaudu nii suuliselt kui ka kirjalikult, arendades oskust loogiliselt põhjendada oma lahendusi ja tõlgendada teiste esitatud matemaatilisi väiteid.

Matemaatika-, loodusteadus- ja tehnoloogiapädevus kujuneb läbi arvutusmeetodite, modelleerimise ja matemaatiliste mudelite kasutamise erinevates valdkondades, sealhulgas füüsikas, keemias, inseneerias ja infotehnoloogias.

Ettevõtlikkuspädevus areneb loovate probleemilahendusülesannete, optimeerimisülesannete ning andmeanalüüsi kaudu, mis suunavad õpilasi leidma praktilisi rakendusi oma teadmiste ning arendama uuenduslikke lahendusi.

Digipädevus kujuneb läbi matemaatilise tarkvara, arvutusprogrammide ja digitaalse andmeanalüüsi kasutamise, võimaldades õpilastel teha keerukamaid arvutusi, visualiseerida andmeid ning kasutada kaasaegseid tehnoloogilisi tööriistu.

Kultuuri- ja väärtuspädevus toetab matemaatika ajaloolise arengu ja kultuurilise konteksti mõistmist, uurides, kuidas erinevad matemaatilised avastused on mõjutanud teaduse ja tehnoloogia arengut ning ühiskonna arenguprotsesse.

Läbivate teemade käsitlemine

Elukestev õpe ja karjääri planeerimine toetub matemaatika rakenduste tutvustamisele erinevates eluvaldkondades, aidates õpilastel mõista matemaatika rolli tööturul ning selle vajalikkust elukestva õppe osana.

Keskkond ja jätkusuutlik areng käsitleb andmeanalüüsi ja modelleerimise kasutamist keskkonnaprobleemide lahendamisel, näiteks ressursikasutuse optimeerimine ja kliimamuutuste analüüs.

Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus suunab õpilasi osalema praktilistes projektides, mis käsitlevad majanduslikke ja tehnoloogilisi väljakutseid, aidates neil mõista matemaatika rolli innovatsioonis ja ettevõtluses.

Kultuuriline identiteet seondub matemaatika ajaloolise arenguga, uurides matemaatikute panust eri ajastutel ning matemaatika tähtsust teaduse ja tehnoloogia arengus.

Teabekeskond ja meediakasutus toetab matemaatilise info kriitilist analüüsi, suunates õpilasi hindama allikate usaldusväärsust ning tõlgendama statistilisi ja graafilisi andmeid meedias ja teaduskirjanduses.

Tehnoloogia ja innovatsioon on seotud matemaatiliste meetodite ja algoritmide rakendamisega tehnoloogiavaldkonnas, sealhulgas tehisintellekti, masinõppe ja inseneeria lahenduste alal.

Tervis ja ohutus käsitleb statistilisi ja andmeanalüüsi meetodeid meditsiiniuuringutes, epidemioloogias ja tervisekäitumise analüüsis, aidates õpilastel mõista matemaatika rakendusi tervishoius.

Väärtused ja kõlblus suunab õpilasi arutlema matemaatika eetiliste küsimuste üle, sealhulgas andmete manipuleerimise ja statistiliste tõlgenduste mõju kohta otsustusprotsessidele.

Lõimingu võimalused teiste ainevaldkondadega

Kehaline kasvatus: Matemaatika toetab kehalise kasvatuses õpet biomehaaniliste arvutuste, liikumise trajektooride analüüsi ja spordistatistika abil.

Kunstiained: Geomeetria ja proportsioonid on olulised visuaalkunstides, arhitektuuris ja disainis.

Keel ja kirjandus: Matemaatilised tekstid ja loogiline argumentatsioon toetavad kriitilise lugemise ja teksti analüüsi oskusi.

Loodusteadused: Matemaatika on oluline füüsikas, keemias ja bioloogias, pakkudes vajalikke arvutus- ja analüüsimeetodeid.

Sotsiaalained: Statistika ja andmeanalüüs aitavad mõista majandusprotsesse, demograafiat ja poliitilisi uuringuid.

Võõrkeeled: Rahvusvahelise teaduskirjanduse lugemine ja võõrkeelse matemaatilise sõnavara omandamine toetavad teaduspädevust ja kultuuridevahelist suhtlemist.

1.5. Õppe kavandamine ja korraldamine (õppekorralduse erisused)

Õppetegevus on õppijakeskne, toetab õpimotivatsiooni hoidmist ja õpilaste kujunemist aktiivseiks ja iseseisvaiks õppijaiks ning loovaiks ja kriitiliselt mõtlevaiks ühiskonnaliikmeiks, kes suudavad teha valikuid, võtta vastutust oma õppimise eest ja tulevad toime muutunud olukorras ning on valmis kavandama oma edasist haridusteed. Õppetöö eesmärk on arendada õpilastes oskust näha matemaatikat mitte ainult abstraktse teadusena, vaid ka kui vahendit, millega lahendada igapäevaelu ja erinevate teadusvaldkondade probleeme.

Matemaatikaõppe kavandamisel ja korraldamisel lähtutakse järgmistest põhimõtetest:

1. **Õppija individuaalne areng ja tempo** – arvestame, et õpilased omandavad matemaatilisi oskusi erinevas tempos, mistõttu kasutatakse kohandatud õpistrateegiaid, võimaldades nii süvaõpet kui ka järeleaitamist. Õppetöös kasutatakse diferentseeritud ülesandeid, mis arvestavad nii baasoskuste omandamist kui ka kõrgema taseme matemaatiliste probleemide lahendamist.
2. **Matemaatika lõimimine teiste valdkondadega** – õppetöö sisaldab praktilisi projekte ja rakendusülesandeid, mis seovad matemaatikat teiste teadusharudega, näiteks loodus- ja sotsiaalteaduste, majanduse ning tehnoloogia valdkondadega. Õpilased analüüsivad andmeid, koostavad matemaatilisi mudeleid ja lahendavad kompleksseid ülesandeid, mis nõuavad mitmekülgseid teadmisi.
3. **Digivahendite ja tehnoloogia kasutamine** – matemaatikaõppes kasutatakse kaasaegseid tehnoloogilisi lahendusi, sealhulgas matemaatikatarkvara, simulatsioone ja veebipõhiseid õppeplatvorme, mis võimaldavad visuaalset ning interaktiivset õppetööd.
4. **Probleempõhine ja avastusõpe** – õpilased ei õpi matemaatikat ainult reeglite ja valemite järgi, vaid avastavad lahenduskäike ise, kasutades loogilist arutlemist ja praktilisi ülesandeid. Õpetamisel kasutatakse ka avatud ülesandeid, mille lahendamine nõuab analüütilist mõtlemist ja loovust.
5. **Paindlikud hindamismeetodid** – lisaks tavapärasele kontrolltöödele hinnatakse õpilaste oskusi ka praktiliste projektide, uurimustööde ja rühmatööde kaudu. Hindamine on kujundav ja toetab õpilaste arengut, andes neile regulaarset tagasisidet.
6. **Koostööpõhine õppimine** – matemaatikaõpe ei ole ainult individuaalne tegevus, vaid hõlmab ka meeskonnatööd, kus õpilased arutlevad ja lahendavad ülesandeid ühiselt, arendades nii suhtlemisoskusi kui ka loogilist argumenteerimist.
7. **Paindlik õppekorraldus** – võimaldatakse õppetöö läbiviimist nii klassiruumis, digitaalses keskkonnas kui ka praktilistes reaalelulistes situatsioonides. Õppetöö

sisaldab õppekäike ja koostööd ettevõtete ning teadusasutustega, kus õpilased saavad matemaatilisi oskusi rakendada väljaspool koolikeskkonda.

8. **Õpilaste eneserefleksioon ja teadlik õppimine** – õpilasi suunatakse oma õppeprotsessi analüüsima, seadma eesmärged ja hindama oma edusamme, et kujundada vastutustunne oma õpitulemuste suhtes.

Õppetegevuse kavandamisel on õpetajal professionaalne õigus valida koostöös õpilastega käsitletavat õppesisu, lähtudes õpilaste eelnevatest teadmistest ja oskustest ning arvestusega, et taotletavad õpitulemused oleksid saavutatud ning üld- ja valdkonnapädevused kujundatud.

1.6. Hindamine

Matemaatika hindamine on õppimise lahutamatu osa, mille eesmärk on toetada õpilaste arengut ning anda neile selget ja konstruktiivset tagasisidet. Hindamine aitab mõista, kuidas õpilased on omandanud matemaatilisi teadmisi ja oskusi, kuivõrd nad suudavad neid rakendada praktilistes olukordades ning kuidas areneb nende loogiline ja analüütiline mõtlemine.

Meie koolis toimub hindamine mitmel tasandil. Esmalt rakendatakse **diagnostilist hindamist**, mille eesmärk on kaardistada õpilaste varasemad teadmised ja võimalikud lüngad, et kohendada õppeprotsessi vastavalt nende vajadustele. Kursuse alguses ja erinevate teemade käsitlemise eel viiakse läbi arutelusid, lühiteste ja praktilisi ülesandeid, mis aitavad õpetajal mõista, millised on õpilaste tugevused ning millistes valdkondades vajavad nad lisatuge.

Õppeprotsessi käigus kasutatakse **kujundavat hindamist**, mis aitab õpilastel pidevalt oma arengut jälgida. Matemaatikaõpe ei seisne üksnes lõpptulemuse saavutamises, vaid ka lahenduskäigu analüüsis, vigade mõistmises ja nende parandamises. Seetõttu antakse õpilastele regulaarset tagasisidet nii suuliselt kui ka kirjalikult. Kujundava hindamise oluline osa on enesehindamine ja kaasõpilaste tagasiside, mis õpetab õpilasi oma mõtteprotsessi analüüsima ning arendab kriitilist mõtlemist.

Kursuste lõpus või suuremate teemade lõpetamisel rakendatakse **kokkuvõtvat hindamist**, mille käigus hinnatakse õpilaste teadmiste terviklikkust ja oskust rakendada õpitut uutest kontekstides. Hindamismeetodid on mitmekesised – lisaks tavapärasele kirjalikele testidele ja kontrolltöödele kasutatakse praktilisi projektitöid, rühmatöid ja probleemipõhiseid ülesandeid. Oluline on mitte ainult õige vastus, vaid ka loogiliselt ülesehitatud lahenduskäik, argumenteerimisoskus ja arusaamine matemaatilistest protsessidest.

Meie koolis on hindamisprotsess läbipaistev ja õpilasi teavitatakse hindamiskriteeriumitest juba õppeprotsessi alguses. Õpetajad selgitavad, millised teadmised ja oskused on olulised ning kuidas erinevaid ülesandeid hinnatakse. Õpilastele antakse võimalus küsida lisaselgitusi ning saada individuaalset juhendamist, et nad mõistaksid, kuidas oma õpitulemusi parandada.

Kui õpilane ei ole saavutanud soovitud õpitulemusi, on tal võimalus järelevastamiseks. Selle protsessi eesmärk ei ole üksnes hinde parandamine, vaid eelkõige arusaamise süvendamine ja õpitu kinnistamine. Järelevastamine võib toimuda suulise arutelu vormis, kirjaliku lisatööna või praktilise ülesandena, mis aitab õpilasel oma teadmisi rakendada ja analüüsida.

1.7. Õppekeskkond

Matemaatikaõppekeskkond on kujundatud toetavaks ja inspireerivaks, et igal õpilasel oleks võimalus oma võimeid maksimaalselt arendada. Meie koolis pööratakse erilist tähelepanu sellele, et õpilased tunnetaksid matemaatikat mitte ainult abstraktse teadusena, vaid ka praktilise tööriistana, mida saab rakendada igapäevaelus ja erinevates valdkondades.

Õppekeskkonna oluline osa on positiivne ja julgustav õhkkond, kus õpilased tunnevad end turvaliselt, saavad vabalt esitada küsimusi ning arutleda keerukate probleemide üle. Õpilaste õpimotivatsiooni toetamiseks soodustatakse avatud suhtlust õpetajate ja kaasõpilaste vahel, väärtustatakse iseseisvat mõtlemist ning innustatakse katsetama erinevaid lahendusviise.

Meie kooli asukoht ja eripärad võimaldavad mitmekesisest õpikeskkonda. Lisaks tavapärasele klassiruumis toimuvale õppetööle kasutatakse õppeprotsessis digikeskkondi, kus õpilased saavad lahendada interaktiivseid ülesandeid ja modelleerida matemaatilisi protsesse. Samuti korraldatakse õppetööd väljaspool klassiruumi – külastatakse teaduskeskusi, koostööd tehakse ettevõtete ja kõrgkoolidega, kus õpilased saavad näha matemaatika praktilist rakendamist.

Matemaatikaõppes on oluline, et õpilased tunneksid end motiveerituna ning mõistaksid, et eksimine on loomulik osa õppimisest. Õpilastele pakutakse toetavat keskkonda, kus rõhutatakse vastastikust lugupidamist ja meeskonnatöö oskuste arendamist. Õpilastele luuakse võimalused uurimuslikuks ja probleemipõhiseks õppeks, kus nad saavad analüüsida reaalseid andmeid ning katsetada erinevaid lahendusmeetodeid.

2. Ainekavad

2.1. LAI MATEMAATIKA

2.1.1. Õppeaine kirjeldus, sh lõimingu põhimõtted kursuste vahel ja aineülelset, hindamise erisused

Lai matemaatika on süvendatud ja süsteemne matemaatikaõpe, mille eesmärk on arendada õpilaste abstraktset ja loogilist mõtlemist, oskust rakendada matemaatilisi meetodeid ning mõista matemaatika teoreetilisi aluseid. Kursuste järjestus ja ülesehitus toetavad sujuvat üleminekut lihtsamatelt mõistetelt keerukamatele teemadele ning tagavad teadmiste järkjärgulise süvenemise.

Matemaatikaõpe on üles ehitatud kursuste kaupa, kuid nende vahel on selge loogiline seos ja järjepidevus. Esmalt omandatakse baasteadmised arvuhulkadest, algebralistest teisendustest ning võrrandite lahendamise meetoditest, seejärel keskendutakse keerukamatele teemadele nagu funktsioonid, trigonomeetria, tõesõnusus, statistika ja diferentseerimine. Lõppfaasis käsitletakse matemaatika rakendusi ning reaalse maailma probleemide lahendamist matemaatiliste meetoditega.

Õppetöö on korraldatud nii, et igal õppeaastal läbivad õpilased mitmeid kursuseid, mis toetavad üksteist ja loovad tugeva aluse järgmisteks teemadeks. Kursuseid õpetatakse nii individuaalselt kui ka lõimituna, näiteks funktsioonide uurimine toimub järkjärguliselt mitme kursuse jooksul, liikudes elementaarfunktsioonidest eksponent- ja logaritmfunktsioonideni ning edasi trigonomeetriliste ja diferentsiaalrvtutuse rakendusteni.

Hindamise erisused

Hindamine laias matemaatikas hõlmab nii diagnostilist, kujundavat kui ka kokkuvõtvat hindamist. Kuna tegemist on süvendatud matemaatikaga, on hindamisel oluline nii lahenduste täpsus kui ka loogiline mõtlemine ja põhjendamisoskus. Lisaks traditsioonilistele kontrolltöödele ja testidele hinnatakse õpilasi ka praktiliste ülesannete, andmeanalüüsi projektide ning uurimuslike tööde kaudu.

Hindamisel arvestatakse õpilaste võimekust seostada erinevaid matemaatilisi teemasid ning rakendada neid uutes olukordades. Kursuse jooksul on oluline regulaarne tagasiside, et aidata õpilastel paremini mõista oma arengut ning vajadusel tugevdada nõrgemaid kohti. Järelevastamise võimalused on paindlikud ja suunatud eelkõige arusaamise parandamisele, mitte üksnes hinde parandamisele.

Kursuste järjestus ja lõiming

Lai matemaatika koosneb 14 kursusest, mis on jaotatud loogiliselt ülesehitatud õppeprotsessi:

1. **Arvuhulgad ja avaldised** – matemaatilise mõtlemise alused, arvuhulkade mõisted, avaldiste teisendamine ja lihtsustamine.
2. **Võrrandid ja võrrandisüsteemid** – lineaarvõrrandid, ruutvõrrandid, eksponentsiaalsed ja logaritmilised võrrandid.
3. **Võrratused ja trigonomeetria I** – võrratuste lahendamine, trigonomeetriliste funktsioonide põhimõtted ja rakendused.
4. **Trigonomeetria II** – trigonomeetriliste identiteetide ja valemite süvendatud käsitus, trigonomeetrilised võrrandid.
5. **Vektor tasandil ja joone võrrand** – vektorite alused, sirge ja tasandi võrrandid.
6. **Tõenäosus ja statistika** – juhuslikud sündmused, statistilised meetodid, andmete analüüs.
7. **Funktsioonid ja arvjadad** – funktsioonide omadused, jada mõiste ja selle rakendused.
8. **EkspONENT- ja logaritmifunktsioon** – eksponentsiaalfunktsioonide ja logaritmade omadused ja rakendused.
9. **Trigonomeetrilised funktsioonid, funktsiooni piirväärtus ja tuletis** – diferentsiaalarvutuse alused, funktsioonide uurimine.
10. **Tuletise rakendused** – optimeerimine, funktsioonide graafikud, kiiruse ja kiirenduse arvutamine.
11. **Integraal ja planimeetria** – integraalarvutuse alused ja geomeetrilised rakendused.
12. **Sirge ja tasand ruumis** – kolmemõõtmeline geomeetria, ruumilised kujundid ja nende omadused.
13. **Stereomeetria** – kehade pindalade ja ruumalade arvutamine, ruumigeomeetria rakendused.
14. **Matemaatika rakendused ja reaalse protsesside uurimine** – praktilised ülesanded erinevates valdkondades, inseneria ja majanduse rakendused, andmemudelite loomine.

Kursuste vahel on tugev lõiming – näiteks võrrandite lahendamise oskused on olulised nii funktsioonide käsitlemisel kui ka trigonomeetria kursustes. Diferentsiaal- ja integraalarvutuse kursused põhinevad varasematel funktsioonide ja arvjadad käsitlevatel kursustel ning lõppkursustes rakendatakse kõiki varem õpitud meetodeid erinevates praktilistes kontekstides.

Lai matemaatika pakub tugevat ettevalmistust nii kõrgkooliõppeks kui ka praktilisteks rakendusteks inseneri-, majandus- ja loodusteadustes, andes õpilastele oskused ja tööriistad keerukamate probleemide lahendamiseks ja loogiliseks mõtlemiseks.

2.1.2. Gümnaasiumi lõpuks taotlevad teadmised, oskused, hoiakud

Õpilane:

1. kasutab lisaks õpitud rutiinsetele matemaatilistele argumentidele (teoreemid, valemid, meetodid) ka rangeid matemaatilisi põhjendusi ja tõestusi ning esitab neid, arutledes seejuures loogiliselt ja loovalt;
2. esitab igapäevateadmistel põhinevaid loogilisi argumente, teeb lihtsamaid mitmesammulisi loogilisi järeldusi ja hindab erinevate argumentide tõesust ja kehtivusvaldkondi;
3. leiab lihtsamale matemaatikaülesandele sobiva lahendustee sarnaste õpitud strateegiatega seast ning analüüsib ühe ja sama ülesande erinevaid võimalikke lahendusteid, vastavaid matemaatilisi protseduure, saadud tulemuse kontrollimise viise ja kasutatud abivahendite kasutuspiire ning -võimalusi;
4. leiab lahendustee ja matemaatilised vahendid mitmeastmelist lahendusstrateegiat nõudva kompleksse probleemi lahendamiseks. Seejuures kasutab ta loovalt samm-sammulist järelduselt järeldusele liikumist, hüpoteeside püstitamist, põhjendamist ja ümberlökkamist;
5. tunneb ära matemaatikas õpitud mudelite abil lahenduvad reaalelu probleemid, esitab tuttava reaalelulise situatsiooni matemaatilise mudeli (1–2 sammu);
6. tõlgendab ja hindab saadud matemaatilist tulemust vastavas kontekstis ning kohandab õpitud matemaatilist mudelit loovalt vastavalt muutunud tingimustele;
7. modelleerib kompleksset reaalelulist situatsiooni, määrates selleks vajalikud muutujad ja neile püstitatud tingimused ning valmistab ja kasutab matemaatika standardseid esitusvahendeid nii eluliste situatsioonide kirjeldamisel kui ka teistes õppeainetes;
8. hindab erinevaid esitusvahendeid eesmärgipäraselt ja probleemile vastavalt, käib asjakohaselt ja arusaadavalt ümber mitteusaldatavate/-sobivate esitusvormidega ja arendab kasutatavaid esitusvahendeid probleemile vastavalt;
9. sooritab elementaarseid lahendus- ja teisenduskäike, kasutades matemaatilisi sümboleid ja valemid ning digitaalseid ja mittedigitaalseid abivahendeid;
10. esitab sisukalt ja täielikult probleemi mitmeetapilise lahendustee või argumentatsiooni (ka digitaalselt) ja käsitleb matemaatilisi objekte tuttavas kontekstis;
11. mõistab teiste isikute esitatud matemaatilise sisuga tekste ning leiab matemaatilise sisuga tekstidest vajalikku informatsiooni, kusjuures informatsiooni paigutus tekstis ei pea tingimata vastama selle matemaatilise töötlemise sammude järjekorrale;
12. suudab arusaadavalt selgitada mitmeetapilisi arutlusi ja lahendusteid ning saadud tulemust;
13. võrdleb, hindab ja vajaduse korral korrigeerib teiste inimeste suulisi ja kirjalikke matemaatilise sisuga tekste.

1. KURSUS – ARVUHULGAD JA AVALDISED

Õpitulemused:

Arvuhulgad

Õpilane:

1. leiab hulkade ühendi, ühisosa ja antud hulga osahulga;
2. selgitab naturaalarvude hulga N , täisarvude hulga Z , ratsionaalarvude hulga Q , irratsionaalarvude hulga I ja reaalarvude hulga R omadusi ja nende hulkade kuuluvusseoseid, märgib arvteljel reaalarvude piirkondi.

Avaldised

Õpilane:

1. esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
2. sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
3. teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi (kaks tehet ja sulud);
4. näeb ja lahendab arvutuste ja teisenduste abil lahenduvaid reaalelulisi ja teaduslikke probleeme (sh protsentülesanded). Tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Arvuhulgad	Naturaalarvud, täisarvud, ratsionaalarvud, irratsionaalarvud, reaalarvud. Arvtelje kasutamine, lõigud, poollõigud ja vahemikud. Hulkade ühend, ühisosa ja vahe.
Avaldised	Astme ja juure mõisted, astendamise ja juurimise reeglid. Avaldiste lihtsustamine, rühmitamisvõtted, irratsionaalsuse kaotamine nimetajast. Protsentülesanded ja arvude standardkuju.

Lõiming

Kursus „Arvuhulgad ja avaldised“ loob tugeva aluse edasistele matemaatikakursustele, kuna teadmised arvuhulkadest ja algebra operatsioonidest on hädavajalikud võrrandite lahendamisel, funktsioonide analüüsil ja kõrgemas matemaatikas.

Füüsika ja keemia – arvude standardkuju ja suurusjärgud aitavad mõista mõõtmistulemusi ning ühikute teisendamist.

Geograafia – protsentülesanded on olulised majandusarvutustes, inflatsiooni ja demograafiliste muutuste analüüsimisel.

Informaatika – hulgateooria ja loogilised seosed on aluseks andmebaasidele ja algoritmidele.

Loodusteadused – andmete statistiline analüüs ja klassifitseerimine toetub hulgateooria ja arvuhulkade põhimõtetele.

Õppevara

Kursuse õppematerjalid sisaldavad nii trükitud kui ka digitaalset õppevara, mis aitavad õpilastel mõista teoreetilisi kontseptsioone ning rakendada neid praktilistes ülesannetes. Gümnaasiumi matemaatikaõpikud käsitlevad arvuhulkade ja avaldiste omadusi süstemaatiliselt ning pakuvad rohkelt näiteid ja harjutusi.

Digitaalsed õppevahendid, sealhulgas interaktiivsed harjutusplatvormid ja simulatsioonid, võimaldavad õpilastel visualiseerida arvuhulkade omavahelisi seoseid ja harjutada avaldiste teisendamist dünaamilises keskkonnas. Videomaterjalid toetavad keerulisemate teemade mõistmist ning annavad võimaluse õpilastel iseseisvalt süveneda materjali. Lisaks sisaldavad õppematerjalid ülesandeid, mis on kohandatud eksamiteks ja olümpiaadideks valmistumiseks, pakkudes väljakutseid edasijõudnutele.

2. KURSUS – VÕRRANDID JA VÕRRANDISÜSTEEMID

Õpitulemused

Võrrandid ja võrrandisüsteemid

Õpilane:

1. selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
2. selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
3. lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid (kaks juurt) ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
4. lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
5. lahendab võrrandisüsteeme;
6. tunneb ära õpitud võrrandite/võrrandisüsteemide abil lahenduvad reaalelulised/teaduslikud probleemid;
7. leiab või koostab sobiva võrrandi/võrrandisüsteemi probleemi lahendamiseks;
8. lahendab ainealase või reaalelulise probleemi võrrandite ja/või võrrandisüsteemide abil ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemust.

Õppesisu

Teema	Sisu
Võrrandid ja võrrandisüsteemid	Võrdus, võrrand, samasus, võrrandi lahend. Võrrandite samaväärsus, samasusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid. Absoluutväärtust sisaldavad võrrandid. Võrrandisüsteemide lahendamine liitmis-, asendus- ja graafilise meetodiga. Ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

Lõiming

Kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid“ loob tugeva aluse edasistele matemaatikakursustele, eriti funktsioonide uurimisele ja kõrgemale algebrale. Lisaks on sellel oluline seos teiste ainevaldkondadega ja õppeainetega:

Füüsika – liikumis- ja jõuülesannete lahendamine võrrandite abil.

Keemia – reaktsioonivõrrandite ja aine sisaldusprotsentide arvutamine.

Majandus ja geograafia – protsent- ja optimeerimisülesannete lahendamine.

Informaatika – algoritmide ja andmemudelite loomine võrrandite põhjal.

Õppevara

Õppetöö toetub gümnaasiumi matemaatikaõpikutele, mis annavad süsteemse ülevaate võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamise meetoditest. Lisaks kasutatakse digitaalseid õppematerjale ja interaktiivseid harjutusplatvorme, mis võimaldavad õpilastel iseseisvalt harjutada ja saada kohest tagasisidet.

Graafikalised kalkulaatorid ja simulatsioonid aitavad paremini mõista võrrandite graafilist lahendamist ning nende seost funktsioonidega. Samuti kasutatakse reaalsete probleemide lahendamiseks praktilisi ülesandeid, mis võimaldavad õpilastel rakendada oma teadmisi erinevates eluvaldkondades.

Riigieksamiteks valmistumisel on kasutusel spetsiaalsed ülesannetekogud ja juhendmaterjalid, mis toetavad süvendatud õppimist ning annavad võimaluse lahendada keerukamaid probleemülesandeid.

3. KURSUS – VÕRRATUSED JA TRIGONOMEETRIA

Õpitulemused

Võrratused ja võrratusesüsteemid

Õpilane:

1. selgitab võrratuse omadusi, võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet ning kirjeldab vastavaid lahendihulki arvteljel;
2. selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
3. lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuse ning lihtsamaid võrratusesüsteeme.

Trigonomeetria I

Õpilane:

1. kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid ja täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
2. leiab digivahendite abil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
3. lahendab täisnurkse kolmnurga;
4. tunneb ära probleemid, mis on lahendatavad täisnurkse kolmnurga geomeetria abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Võrratused ja võrratusesüsteemid	Võrratuse mõiste, lahendihulk, samasusteisendused. Lineaarvõrratused, ruutvõrratused (intervallmeetod), murdvõrratused ja ahelvõrratused. Võrratusesüsteemid ning nende graafiline ja analüütiline lahendamine. Reaaleluliste probleemide lahendamine võrratuste abil.
Trigonomeetria I	Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas. Trigonomeetriliste avaldiste lihtsustamine. Täisnurkse kolmnurga lahendamine ja praktilised rakendused.

Lõiming

Kursus „Võrratused ja trigonomeetria“ loob aluse järgmistele matemaatikakursustele, eriti funktsioonide uurimisele ja trigonomeetrilistele võrranditele. Samuti on kursusel tugev seos teiste ainevaldkondadega:

Füüsika – liikumise ja mehaanika ülesanded, jõudude tasakaalu analüüs.

Keemia ja bioloogia – protsesside graafiline esitamine ja kontsentratsioonide võrdlemine võrratuste abil.

Geograafia – kõrguste ja kauguste arvutamine trigonomeetriliste meetoditega.

Informaatika – algoritmide ja simulatsioonide loomine, kasutades trigonomeetrilisi funktsioone.

Majandus ja inseneeria – optimeerimisülesannete lahendamine võrratuste ja trigonomeetria abil.

Õppevara

Õppetöö põhineb gümnaasiumi matemaatikaõpikutel, kus käsitletakse võrratusi ja trigonomeetria süsteemselt. Lisaks kasutatakse digitaalseid õppevahendeid, mis võimaldavad õpilastel lahendada interaktiivseid ülesandeid ja kasutada graafikalisi kalkulaatoreid.

Visuaalsed ja praktilised ülesanded aitavad paremini mõista trigonomeetriliste funktsioonide seoseid ning võrratusesüsteemide lahendihulki. Samuti kasutatakse reaaleluliste probleemide lahendamiseks erinevaid ülesandeid, mis võimaldavad õpilastel rakendada oma teadmisi erinevates kontekstides.

Riigieksamiks valmistumisel on soovitatavad spetsiaalsed ülesannetekogud, mis pakuvad süvendatud lähenemist keerukamatele probleemidele ning arendavad õpilaste analüüsioskusi.

4. KURSUS – TRIGONOMEETRIA II

Õpitulemused

Trigonomeetria II

Õpilane:

1. teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõdus olevaks nurgaks ja vastupidi;
2. arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
3. defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab ja teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;

4. tuletab nurkade 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360° siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
5. kasutab digivahendeid trigonomeetriliste funktsioonide väärtuste ning nende väärtuste järgi nurga suuruse leidmisel;
6. tuletab kahe nurga summa ja vahe valemid ning kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemid;
7. teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldise valemikogu abil;
8. tõestab siinus- ja koosinusteoreemi, lahendab mis tahes kolmnurga ning arvutab selle pindala;
9. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad kolmnurga ja ringi kohta õpitut rakendades. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Trigonomeetria II	Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Ringjoone kaare pikkus ja ringi sektori pindala. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Taandamisvalemid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised ja nende teisendamine. Kolmnurga lahendamine siinus- ja koosinusteoreemi abil. Kolmnurga pindala arvutamine erinevate meetoditega. Reaaleluliste probleemide lahendamine trigonomeetria abil.

Lõiming

Trigonomeetria II kursus on tihedalt seotud järgmiste valdkondade ja ainetega:

Füüsika – lainete ja võnkumiste analüüs, optika ja elektriväljad;

Geograafia – geodeetilised mõõtmised ja kaardistamine;

Keemia ja bioloogia – molekulide ruumiline ehitus ja valguse murdamine;

Informaatika – arvutigraafika ja animatsioonid, kus kasutatakse trigonomeetrilisi funktsioone;

Majandus ja inseneeria – optimeerimisülesanded, laineanalüüs ja dünaamilised süsteemid.

Õppevara

Õppetöö toetub kaasaegsetele gümnaasiumi matemaatikaõpikutele ja digivahenditele, mis võimaldavad interaktiivseid ülesandeid ning graafilist analüüsi. Erinevad veebipõhised

õppematerjalid, näiteks e-Koolikott ja Desmos, toetavad trigonomeetriliste funktsioonide visualiseerimist ja praktilist rakendamist.

Lisaks kasutatakse õppimiseks ja kordamiseks videoloenguid ning simulatsioone, mis võimaldavad õpilastel paremini mõista keerulisemaid trigonomeetrilisi kontseptsioone. Riigieksamiks valmistumisel on soovitatavad spetsiaalsed ülesannetekogud ja testid, mis võimaldavad süvendatud lähenemist ning aitavad arendada probleemilahendamise oskust.

5. KURSUS – VEKTOR TASANDIL. JOONE VÕRRAND

Õpitulemused

Vektor tasandil

Õpilane:

1. selgitab mõisteid vektor, ühik-, null- ja vastandvektor, vektori koordinaadid, kahe vektori vaheline nurk;
2. liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
3. leiab vektori pikkuse, lõigu keskpunkti koordinaadid, kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab neid geomeetriaprobleemide lahendamisel;
4. kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid geomeetriaprobleemide lahendamisel.

Sirge võrrandid

Õpilane:

1. koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks, kontrollib tehtut arvutis;
2. määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja sirgetevahelise nurga, kontrollib tehtut digivahendiga;
3. koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi nii paberil kui ka arvutis; leiab kahe joone lõikepunktid, kontrollib tehtut digivahendiga.

Õppesisu

Teema	Sisu
Vektor tasandil	Vektori mõiste ja esitusviisid. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor. Vektorite koordinaadid ja pikkus. Vektorite liitmine, lahutamine ja korrutamine arvuga. Kahe vektori vaheline nurk, skalaarkorrutis ja selle rakendused geomeetrias. Vektorite kollineaarsus ja ristseis.
Sirge võrrandid	Sirge sihivektor, algordinaat, tõus. Sirge võrrandi koostamine erinevatel alustel. Sirgete vastastikused asendid, nurk kahe sirge vahel. Ringjoone, parabooli ja hüperbooli võrrandi koostamine. Kahe joone lõikepunktide leidmine. Joonte joonestamine nii paberil kui ka digivahenditega.

Lõiming

Vektorite ja sirge võrrandite kursus on tihedalt seotud teiste matemaatika kursustega, eriti analüütilise geomeetriaga. Samuti on kursusel tugev seos järgmiste valdkondadega:

Füsika – vektorite rakendamine liikumise ja jõudude analüüsis;

Geograafia – koordinaatsüsteemid ja kaardistamine;

Informaatika – graafika ja CAD-tarkvara, kus kasutatakse vektoreid;

Kunst ja disain – perspektiivi ja kujundite joonestamine vektorgraafika abil.

Õppevara

Õppetöö toetub kaasaegsetele gümnaasiumi matemaatikaõpikutele ja digivahenditele, mis võimaldavad interaktiivseid harjutusi ning visuaalset analüüsi. Geogebra ja Desmos on tõhusad töövahendid vektorite ja joone võrrandite visualiseerimiseks.

Lisaks kasutatakse videoõpetusi, mis aitavad mõista keerukamaid kontseptsioone ja pakkuda praktilisi rakendusi. Riigieksamiks valmistumisel on soovitatavad spetsiaalsed ülesannetekogud, mis süvendavad analüütilist mõtlemist ning probleemilahendamise oskust.

6. KURSUS – TÕENÄOSUS. STATISTIKA

Õpitulemused

Tõenäosus

Õpilane:

1. eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust; selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet ja omadusi;
2. selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
3. selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust, arvutab reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi.

Matemaatiline statistika

Õpilane:

1. selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust; kirjeldab binoom- ja normaaljaotust;
2. selgitab valimi ja üldkogumi mõisteid ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust; teab valimi koostamise põhimõtteid;
3. arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
4. selgitab valimist hinnatud arvkarakteristiku usalduspiirkonna mõistet, leiab jaotusfunktsiooni abil üldkogumi keskväärtuse usalduspiirkonna;
5. koostab IKT vahendite abil tabelleid ja graafikuid andmete ja jaotuse visualiseerimiseks;
6. visualiseerib IKT vahendite abil kahe juhusliku suuruse hajuvusdiagrammi, kirjeldab sõltuvuse tugevust korrelatsioonikordaja abil;
7. püstitab uurimisküsimuse, kogub vajaliku andmestiku, analüüsib seda statistiliste vahenditega digivahendite abil ja hindab võimalikke statistiliste otsustustega seotud vigu.

Õppesisu

Teema	Sisu
Tõenäosus	Juhuslik, kindel ja võimatu sündmus. Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Suhteline sagedus, statistiline ja klassikaline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sõltuvad ja sõltumatud sündmused. Välistavad ja mittevälistavad sündmused. Liitmis- ja korrutamislause.

Matemaatiline statistika	Juhuslik suurus, selle jaotuse esitamine tabelina ja graafikuna. Arvkarakteristikud: keskvärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve. Binoomjaotus ja normaaljaotus. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Variatsioonrida, sagedustabel, histogramm, sektordiagramm. Statistilised otsustused ja usaldusvahemikud. Korrelatsiooniväli ja lineaarne korrelatsioonikordaja.
---------------------------------	---

Lõiming

Tõenäosuse ja statistika kursus on seotud järgmiste valdkondadega:

Füüsika – tõenäosuslikud protsessid ja statistilised analüüsid;

Sotsiaalteadused – küsitluste ja andmeanalüüsi meetodid;

Majandus ja ärimatus – prognoosimine ja riskianalüüs;

Bioloogia ja meditsiin – statistilised analüüsid uuringutes;

Informaatika ja andmeteadus – suurandmete analüüs ja masinõpe.

Õppevara

Õppetöö toetub kaasaegsetele matemaatikaõpikutele ja digivahenditele, nagu Geogebra ja Excel, mis võimaldavad interaktiivset analüüsi ja andmete visualiseerimist. Kasutatakse ka videoõpetusi ning praktilisi ülesandeid, et arendada analüütilist mõtlemist ja andmetöötlusoskusi. Riigieksamiks valmistumisel on soovitatavad spetsiaalsed ülesannetekomud, mis keskenduvad probleemilahendusele ja tõlgendamisoskustele.

7. KURSUS – FUNKTSIOONID. ARVJADAD

Õpitulemused

Funktsioonid

Õpilane:

1. selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
2. kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid nii paberil kui ka digivahendiga;
3. leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna nii algebraliseks kui ka digivahendiga; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu ja analüüsib digivahendiga joonistatud graafikute sümmeetria omadusi;
4. kirjeldab funktsiooni $y=f(x)$ graafiku seost funktsioonide $y=f(x)+a$, $y=f(x+a)$, $y=f(ax)$, $y=a\cdot f(x)$ graafikutega, visualiseerib vastavaid seoseid arvutis konkreetsete näidetega;

Arvjadad

Õpilane:

1. selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
2. selgitab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemeid ning tuletab nende jadade n esimese liikme summa valemid ning hääbuva geomeetrilise jada summa valemi;
3. selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude π ja e tähendust;
4. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis lahenduvad aritmeetilise ja geomeetrilise jada abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab, hindab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Funktsioonid	Funktsiooni mõiste, määramis- ja muutumispiirkond, paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond, ekstreemumid ja kasvamis-kahanemisvahemikud. Graafikute skitseerimine ja joonestamine. Funktsioonide teisendused ja nende visualiseerimine.
Arvjadad	Arvjada, aritmeetiline ja geomeetiline jada, nende omadused ja üldliikme valeimid. Jadade summade arvutamine, hääbuva geomeetrilise jada summa. Jada piirväärtus, arvud π ja e piirväärtustena. Rakendused ja probleemide lahendamine jadade abil.

Lõiming

Füüsika: Joonte ja kõverate rakendamine kinemaatikas ja dünaamikas, võnkumiste ja lainete kirjeldamine trigonomeetriliste funktsioonidega.

Sotsiaalsed: Geomeetrilise jada kasutamine liitintressi arvutamisel ja investeerimisstrateegiates.

Informaatika: Funktsioonide ja jadade rakendamine algoritmides, rekursiivsete funktsioonide kasutamine programmeerimises.

Loodusteadused: Statistiliste mudelite kasutamine loodusteadustes, bioloogiliste protsesside kirjeldamine matemaatiliste funktsioonide abil.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse erinevaid materjale ja digivahendeid, mis võimaldavad nii teoreetilist õppetööd kui ka praktilist harjutamist. Õpilased saavad kasutada e-õppematerjale ja veebipõhiseid rakendusi nagu GeoGebra, Desmos ja erinevad e-kursused, mis toetavad funktsioonide ja arvjadade käsitlevate teemade omandamist. Lisaks on saadaval õpetajaraamatud, mis annavad juhiseid kursuse läbiviimiseks ja metoodilisi soovitusi

ülesannete lahendamiseks. Riigieksamite ülesannete kogud ja matemaatika õhtuõpik aitavad valmistuda eksamiteks ning süvendada teadmisi. Samuti on võimalik kasutada teadusartikleid ja materjale, mis käsitlevad arvjadasid ajaloolises ja kaasaegses kontekstis.

8. KURSUS – EKSPONENT- JA LOGARITMFUNKTSIOON

Õpitulemused

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine

Õpilane:

1. selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
2. lahendab reaalelulisi liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise probleeme, hindab kriitiliselt saadud tulemusi.

EkspONENT- ja logARITMFUNKTSIOON

Õpilane:

1. kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni $y=e^x$ omadusi;
2. selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentseerib lihtsamaid avaldisi, vahetab logaritmi alust;
3. kirjeldab logaritmfunktsiooni ja selle omadusi;
4. oskab leida eksponent- ja logaritmfunktsiooni pöördfunktsiooni;
5. joonestab paberil ja digilahenduste abil eksponent- ja logaritmfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
6. lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi ($\log_a f(x)$ suurem/väiksem kui $\log_a g(x)$);
7. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on kirjeldatavad ja lahendatavad eksponentsiaalsete ja/või logaritmiliste mudelite abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab, hindab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine	Liitprotsendi mõiste, liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise valem. Liit- ja lihtintressi erinevus. Rakendused panganduses, investeerimises, majanduses ja bioloogias.
EkspONENT- ja logARITMFUNKTSIOON	EkspONENTfunktsiooni omadused ja graafik. LogARITMFUNKTSIOONI mõiste, logaritmi omadused ja teisendused. EkspONENT- ja logARITMFUNKTSIOONI pöördfunktsioonid. Võrrandite ja võrratuste lahendamine. Rakendused majanduses, loodusteadustes ja demograafias.

Lõiming

Sotsiaaalained – liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise rakendamine laenude, investeringute ja intressimäärade arvutamisel.

Biooloogia – nakkushaiguste leviku mudeldamine, populatsiooni kasv ja kahanemine.

Füüsika – radioaktiivne lagunemine, soojusjuhtivus ja elektrivool.

Geograafia – loodusvarade kahanemise ja metsamassi muutumise prognoosid.

Ajalugu – logaritmide avastamine ja areng; Johannes Kepler, John Napier, Henry Briggs.

Tehnoloogia ja informaatika – eksponent- ja logaritmifunktsioonide kasutamine andmetöötluses, tehisintellektis ja krüptograafias.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse erinevaid materjale, sealhulgas digitaalseid töövahendeid nagu GeoGebra, Desmos ja Excel, mis võimaldavad visualiseerida eksponent- ja logaritmifunktsioonide omadusi ning lahendada praktilisi ülesandeid. Riigieksamite ülesannete kogud ning matemaatika õhtuõpik toetavad eksamiteks ettevalmistumist. Videoõpsi õppematerjalid ja erinevad e-õpikud pakuvad täiendavat tuge iseseisvaks õppeks. Lisaks kasutatakse teadusartikleid ja ajaloolisi allikaid, mis käsitlevad logaritmide avastamist ja nende rakendusi erinevates eluvaldkondades.

9. KURSUS – TRIGONOMEETRILISED FUNKTSIOONID. FUNKTSIOONI PIIRVÄÄRTUS JA TULETIS

Õpitulemused

Trigonomeetrilised funktsioonid

Õpilane:

1. selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni perioodi;
2. joonestab nii paberil kui ka digivahendite abil siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikutelt nende funktsioonide omadusi;
3. leiab algebraliselt lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite erilahendid etteantud piirkonnas, kasutades üldlahendi valemit või funktsiooni graafikut.

Funktsiooni piirväärtus ja tuletis

Õpilane:

1. selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
2. esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;

3. rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise ning liitfunktsiooni tuletise, kasutades etteantud tuletiste tabelit.

Õppesisu

Teema	Sisu
Trigonomeetrilised funktsioonid	Funktsiooni perioodilisus, siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikud ja omadused, arcsin, arccos, arctan mõisted, trigonomeetriliste võrrandite erilahendite leidmine.
Funktsiooni piirväärtus ja tuletis	Funktsiooni piirväärtus ja pidevus, argumendi ja funktsiooni muut, hetkkiirus, funktsiooni graafiku puutuja tõus, funktsiooni tuletis, geomeetriline tähendus, summa, vahe, korrutise, jagatise ja liitfunktsiooni tuletised, eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletised.

Lõiming

Füüsika: Trigonomeetriliste funktsioonide rakendamine laineoptikas ja mehaanikas. Funktsiooni tuletise kasutamine kiirenduse ja jõu arvutamisel.

Bioloogia: Trigonomeetria kasutamine bioloogilistes rütmides (nt söögitsükli, une- ja ärkveloleku mustrid).

Geograafia: Perioodiliste loodusnähtuste (nt loodete, temperatuuri muutused) modelleerimine trigonomeetriliste funktsioonidega.

Õppevara

Trigonomeetriliste ja tuletisfunktsioonide kursusel kasutatakse mitmesuguseid õppematerjale ja digivahendeid. Peamiseks õppematerjaliks on gümnaasiumi matemaatikaõpikud ja digitaalsed õppematerjalid, nagu e-Koolikott, kus leidub hulgaliselt interaktiivseid harjutusi ja ülesandeid.

Digitaalsete vahenditena kasutatakse GeoGebrat ja Desmost, mis võimaldavad trigonomeetriliste funktsioonide graafikute koostamist ning funktsioonide tuletiste visualiseerimist. Riigieksamiteks valmistumisel on kasulikud varasemate eksamite ülesannete kogumikud ja matemaatika õhtuõpik.

Videoõpetused (nt Videoõps, Khan Academy, YouTube'i hariduskanalid) annavad lisaselgitusi ja näitlikke lahendusi keerukamatele teemadele. Lisaks soovitatakse kasutada teadusartikleid ja matemaatikaajalugu käsitlevaid materjale, et anda ülevaade trigonomeetria ja tuletise arengust matemaatikas ning nende rakendustest igapäevaelus.

10. KURSUS – TULETISE RAKENDUSED

Õpitulemused

Õpilane:

1. koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi etteantud kohal, kontrollib saadud digivahendite abil;
2. selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
3. leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid, funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti, kontrollib saadud digivahendite abil;
4. uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult ja skitseerib funktsiooni leitud omaduste põhjal selle graafiku, kontrollib saadud digivahendite abil;
5. leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
6. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on kirjeldatavad ja lahendatavad õpitud funktsioonide kui mudelite uurimise abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab, hindab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Tuletise rakendused.	Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Hetkkiirus ja kiirendus. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud; funktsiooni ekstreemum, ekstreemumikoht, ekstreemumpunkt; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal ja selle kontrollimine digivahenditega. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide kirjeldamine ja lahendamine õpitud funktsioonide abil (sh ekstreemumülesanded).

Lõiming

Füüsika: hetkkiiruse ja kiirenduse mõiste, liikumise modelleerimine tuletise abil.

Sotsiaalsed: maksimaalse kasumi ja minimaalsete kulude leidmine, marginaalanalüüs.

Bioloogia: populatsioonide kasv ja vähenemine ekstreemumülesannete kaudu.

Geograafia: loodusnähtuste (nt veetaseme või temperatuuride muutused) analüüs tuletise abil.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse mitmesuguseid materjale, sealhulgas õpikuid, digitaalseid õppematerjale ja interaktiivseid rakendusi. Peamised allikad hõlmavad e-koolikotti, kus on saadaval tuletise rakendusi käsitlevad õppematerjalid ja harjutused. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost funktsioonide analüüsimiseks ning ülesannete visualiseerimiseks. Lisaks on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ja Videoõpsi videoid, mis aitavad mõista ekstreemumülesannete lahendamist. Riigieksamite materjalid ja olümpiaadiülesanded pakuvad lisavõimalusi teadmiste süvendamiseks ning rakendamiseks keerukamates probleemides.

11. KURSUS – INTEGRAAL. PLANIMEETRIA

Õpitulemused

Integraal

Õpilane:

1. selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
2. selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab määratud integraali leides Newtoni-Leibnizi valemit;
3. arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala.

Planimeetria

Õpilane:

1. selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
2. lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
3. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on lahendatavad tasandigeomeetrias õpitud kujundite omadustega. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Integraal	Algfunktsioon. Määramata integraal ja selle omadused. Põhiintegraalide tabel. Kõvertrapets. Määratud integraal ja selle omadused. Newtoni-Leibnizi valem. Tasandilise kujundi pindala ja pöördkeha ruumala arvutamine integraaliga.
Planimeetria	Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik ja selle liigid. Trapets, selle liigid ja kesklõigu omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine tasandigeomeetria abil.

Lõiming

Füüsika: töö ja energia arvutamine integraali abil, geomeetria rakendused optikas ja mehaanikas.

Sotsiaalsained: pindalade ja ruumalade arvutamine reaalelulistes olukordades (nt arhitektuur, ehitus).

Bioloogia: organismide kasvukõverate analüüs integraali abil.

Geograafia: maastikuvormide pindala ja ruumala hindamine geomeetriliste mudelite abil.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse õpikuid, digitaalseid õppematerjale ning interaktiivseid rakendusi. E-koolikott sisaldab integraali ja planimeetriat käsitlevaid õppematerjale ning harjutusi. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost graafikute ja pindalade visualiseerimiseks. Samuti on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ja Videoõpsi videoid, mis aitavad mõista integraali ja geomeetriliste kujundite omadusi. Riigieksamite materjalid ning olümpiaadiülesanded pakuvad lisavõimalusi teadmiste süvendamiseks ning rakendamiseks keerukamates probleemides.

12. KURSUS – SIRGE JA TASAND RUUMIS

Õpitulemused

Õpilane:

1. kirjeldab ja määrab punkti asukoha ruumis koordinaatide abil;
2. selgitab ja rakendab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
3. kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
4. arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;
5. määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nendevahelise nurga stereomeetria ülesannetes;
6. tunneb ära ainealased ja –välised probleemid, mis on lahendatavad ruumigeomeetrias õpitud seoste abil. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Sirge ja tasand ruumis	Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis. Kahe punkti vaheline kaugus. Punkti kohavektor ja vektori koordinaadid ruumis. Vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus. Kahetahuline nurk. Kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikused asendid ning nendevaheline nurk stereomeetria ülesannetes. Kiivsirged. Kolme ristsirge teoreem. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

Lõiming

Füüsika: vektorite rakendused mehaanikas, jõudude ja liikumissuundade analüüs.

Informaatika: vektorite kasutamine graafikas ja 3D-modelleerimises.

Geograafia: kõrguspunktide ja kaardikoordinaatide analüüs.

Sotsiaalsained: hüpoteesi püstitamine ja tõestamine, loogilise arutlemise arendamine.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse erinevaid materjale, sealhulgas õpikuid, digitaalseid õppematerjale ja interaktiivseid rakendusi. Peamised allikad hõlmavad e-koolikotti, kust leiab sirge ja tasandi ruumis käsitlevaid õppematerjale ja harjutusi. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost ruumigeomeetria visualiseerimiseks ning ülesannete lahendamiseks. Lisaks on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ja Videoõpsi videoid, mis aitavad mõista

vektorite ja ruumigeomeetria teemasid. Riigieksamite materjalid ja olümpiaadiülesanded pakuvad lisavõimalusi teadmiste süvendamiseks ja rakendamiseks keerukamates probleemides.

13. KURSUS – STEREOOMEETRIA

Õpitulemused

Õpilane:

1. omab süsteemse ettekujutuse hulktahukate ja pöördkehade liikidest, tuletab nende pindala ja ruumala arvutamise valemeid;
2. kujutab joonisel prisma, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
3. arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
4. tunneb ära ainealased ja reaalelulised probleemid, mis on mudeldatavad ruumigeomeetrias õpitud kujunditega ja nende omadustega. Tõlgib need matemaatika keelde, lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitleb saadud tulemusi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Stereomeetria	Hulktahukas. Korrapärased hulktahukad. Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala. Pöördkehad. Silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala. Silindri, koonuse ja kera pindala ning ruumala valemite tuletamine. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Ainealaste ja reaaleluliste probleemide lahendamine ruumigeomeetria abil.

Lõiming

Ajalugu: püramiidide ja teiste ajalooliste geomeetriliste struktuuride analüüs.

Füüsika: massi ja ruumala seosed, tiheduse arvutamine.

Kehaline kasvatus: kuulitõuge, palli aerodünaamika.

Kunst: värvikulu arvutamine ruumilistele objektidele.

Muusika: tuulekellade ja geomeetriliste löökpillide ehitus.

Kehaline kasvatus: toidupüramiidi ja selle matemaatilise modelleerimise käsitlemine.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse erinevaid materjale, sealhulgas õpikuid, digitaalseid õppematerjale ja interaktiivseid rakendusi. Peamised allikad hõlmavad e-koolikotti, kus on saadaval

stereomeetriat käsitlevad õppematerjalid ja harjutused. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost ruumiliste kujundite visualiseerimiseks ning ülesannete lahendamiseks. Lisaks on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ja Videoõpsi videoid, mis aitavad mõista tahk- ja pöördkehade pindala ning ruumala arvutamist. Riigieksamite materjalid ja olümpiaadiülesanded pakuvad lisavõimalusi teadmiste süvendamiseks ja rakendamiseks keerukamates probleemides.

14. KURSUS – MATEMAATIKA RAKENDUSED, REAALSETE PROTSESSIDE UURIMINE

Õpitulemused

Õpilane:

1. selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
2. tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
3. kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
4. lahendab tekstülesandeid sobivalt valitud strateegia abil;
5. märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid matemaatikamudelitega kirjeldatavaid seaduspärasusi ja seoseid;
6. koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
7. kasutab digivahendeid ainealaseid ja -väliseid probleeme lahendades.

Õppesisu

Teema	Sisu
Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine	Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Ainealaste ja reaaleluste probleemide lahendamine matemaatiliste mudelite abil, kasutades kõigi eelnevate kursuste teemasid. Tulemuste kontrollimine digivahenditega.

Lõiming

Majandus: maksimaalse kasumi ja minimaalsete kulude leidmine, investeringute analüüs.

Füüsika: liikumise, elektrivoolu ja energia ülekande modelleerimine.

Bioloogia: populatsioonide kasv ja vähenemine, haiguste leviku modelleerimine.

Geograafia: loodusnähtuste ja kliimamuutuste analüüs matemaatiliste mudelite abil.

Sotsiaalsained: statistika ja demograafilised prognoosid, valimiste ja uuringute andmete analüüs.

Informaatika: algoritmide ja simulatsioonide kasutamine erinevate nähtuste uurimiseks.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse mitmesuguseid materjale, sealhulgas õpikuid, digitaalseid õppematerjale ja interaktiivseid rakendusi. Peamised allikad hõlmavad e-koolikotti, kus on saadaval matemaatilise modelleerimise õppematerjalid ja harjutused. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost ülesannete lahendamiseks ning visualiseerimiseks. Lisaks on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ja Videoõpsi videoid, mis aitavad mõista

keerukamate ülesannete lahendamist. Riigieksamite materjalid ja olümpiaadiülesanded pakuvad lisavõimalusi teadmiste süvendamiseks ning rakendamiseks erinevates valdkondades.

2.2. KITSAS MATEMAATIKA

2.2.1. Õppeaine kirjeldus, sh lõimingu põhimõtted kursuste vahel ja aineüleselt, hindamise erisused

Üldine kirjeldus

Kitsas matemaatika keskendub praktilistele rakendustele ja igapäevaelu probleemide lahendamisele, pakkudes tugevat alust loogilise ja analüütilise mõtlemise arendamiseks. Kursuste jaotus ja õppeprotsessi ülesehitus toetuvad intuiitivsele arusaamisele ning praktiliste oskuste omandamisele, mis aitavad õpilastel seostada matemaatikat reaalse elu olukordadega. Õppeprotsessi käigus kujundatakse oskust tõlgendada matemaatilisi mudeleid ja kasutada neid efektiivselt erinevates kontekstides.

Matemaatikaõpe on jagatud kursusteks, kus õpilased alustavad matemaatiliste mõistete ja sümbolite tundmaõppimisest ning liiguvad järkjärgult keerukamate teemade suunas. Kursuste vahel on loomulik lõiming ning teemad käsitletakse kordavalt ja süvenevamalt, et tagada tugev põhi edasiseks matemaatikaõppeks.

Kitsa matemaatika õppekava koosneb kaheksast kursusest, mis on jaotatud kolmele õppeaastale.

1. **Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused**

Esimene kursus loob tugeva aluse matemaatikaõppeks, tutvustades erinevaid arvuhulki ja nende omadusi. Samuti õpitakse algebra avaldiste teisendamist ning lihtsustamist. Võrrandite ja võrratuste lahendamine aitab arendada probleemilahendusoskust ning seostada matemaatikat igapäevaeluga.

2. **Trigonomeetria**

Selles kursuses keskendutakse nurkade mõõtmisele ja trigonomeetriliste funktsioonide kasutamisele. Lisaks uuritakse trigonomeetrilisi võrrandeid ja identiteete ning nende praktilisi rakendusi nii geomeetrias kui ka loodusteadustes.

3. **Vektor tasandil. Joone võrrand**

Vektorite mõisted ja nende rakendused tasandil moodustavad olulise osa matemaatilisest modelleerimisest. Sirgete ja tasapinnaliste kujundite võrrandite tundmine võimaldab lahendada erinevaid geomeetrilisi probleeme.

4. **Tõenäosus ja statistika**

Selles kursuses õpitakse tundma tõenäosuse põhimõisteid ja statistilisi meetodeid. Õpilased harjutavad andmete kogumist, analüüsimist ning tulemuste tõlgendamist, mis on oluline nii akadeemilises kui ka igapäevaelus.

5. **Funktsioonid I**

Esimeses funktsioonide kursuses uuritakse funktsioonide põhiomadusi ja nende graafikuid. Lineaar- ja ruutfunktsioonide mõistmine on vundamendiks keerukamate funktsioonide käsitlemisel.

6. Funktsioonid II

Järk-järgult liigutakse eksponent- ja logaritmfunksioonide juurde. Kursus keskendub ka funktsioonide graafikute analüüsile ja nende rakendustele erinevates valdkondades.

7. Planimeetria ja integraal

Planimeetria kursuses uuritakse erinevaid geomeetrisi kujundeid ning nende pindalade ja perimeetrite arvutamist. Samuti tutvustatakse integraalarvutuse aluseid ja selle rakendusi pindalade leidmisel.

8. Stereomeetria

Viimases kursuses keskendutakse kolmemõõtmelistele kujunditele ja nende omadustele. Õpilased õpivad arvutama ruumikehade pindalaid ja ruumalaid ning rakendama neid teadmisi praktilistes probleemides.

Lõimingu põhimõtted kursuste vahel ja aineülelset

Matemaatikaõpe on tihedalt seotud teiste ainete ja valdkondadega, pakkudes võimalusi nii kursuste vaheliseks kui ka aineüleseks lõiminguks.

Kursuste vaheline lõiming seisneb selles, et varasemad teadmised on eelduseks uutele teemadele. Näiteks funktsioonide kursused toetuvad algebra ja võrrandite lahendamise oskustele, trigonomeetria seondub nii vektorite kui ka geomeetria kursustega, ning tõenäosus ja statistika kasutavad andmeanalüütilisi meetodeid, mida rakendatakse ka teistes matemaatikavaldkondades.

Aineülene lõiming toimub peamiselt loodusainetes ja informaatikas. Trigonomeetria ja vektorid on olulised füüsikas liikumise ja jõudude mõistmiseks. Statistika ja tõenäosuse kursused on kasulikud bioloogias ja geograafias, kus analüüsitakse andmeid ja trende. Samuti on matemaatika ärianduses ja majanduses kriitilise tähtsusega, aidates õpilastel mõista finantsarvutusi ja prognoosimist.

IKT ja praktilised rakendused toetavad matemaatikaõpet, pakkudes võimalusi digivahendite (GeoGebra, Excel, Python) kasutamiseks matemaatiliste probleemide lahendamisel ja modelleerimisel

2.1.2. Gümnaasiumi lõpuks taotlevad teadmised, oskused, hoiakud

Õpilane:

1. kasutab õpitud rutiinseid matemaatilisi argumente (teoreemid, valemid, meetodid) ja esitab lihtsamaid arvutustel põhinevaid põhjendusi ja loogilisi järeldusi;
2. esitab igapäevateadmistel põhinevaid loogilisi argumente ja teeb lihtsamaid mitmesammulisi loogilisi järeldusi;
3. leiab lihtsamale matemaatikaülesandele sobiva lahendustee sarnaste õpitud strateegiate seast;
4. leiab lahendustee ja matemaatilised vahendid lihtsamate 1–2sammulist lahendusstrateegiat nõudvate probleemide (ka mittematemaatiliste) lahendamiseks;

5. tunneb ära matemaatikas õpitud mudelite abil lahenduvad reaalelulised probleemid ning esitab tuttava reaalelulise situatsiooni matemaatilise mudeli (1–2 sammu);
6. tõlgendab ja hindab saadud matemaatilist tulemust vastavas kontekstis;
7. valmistab ja kasutab matemaatika standardseid esitusvahendeid nii eluliste situatsioonide kirjeldamisel kui ka teistes õppeainetes;
8. valib sobiva esitusviisi ning tõlgendab või muudab antud esitusi arukalt;
9. sooritab elementaarseid lahendus- ja teisenduskäike, kasutades matemaatilisi sümboleid ja vameid ning digitaalseid ja mittedigitaalseid abivahendeid;
10. sooritab õpitud formaalseid matemaatilisi protseduure ja käsitleb matemaatilisi objekte tuttavas kontekstis;
11. leiab matemaatilise sisuga lühitekstidest vajalikku informatsiooni, kusjuures informatsiooni paigutus tekstis vastab üldjoontes selle matemaatilise töötlemise sammude järjekorrale;
12. suudab arusaadavalt selgitada mitmeetapilisi arutlusi ja lahendusteid ning saadud tulemust;
13. mõistab teiste isikute esitatud matemaatilise sisuga tekste.

1. KURSUS – ARVUHULGAD. AVALDISED. VÕRRANDID JA VÕRRATUSED

Õpitulemused

Arvuhulgad

Õpilane:

1. leiab hulkade ühendi, ühisosa ja antud hulga osahulga;
2. eristab arvuhulki N , Z , Q , I ja R ning selgitab nende kuulumusseoseid;
3. märgib arvteljel reaalarvude piirkondi.

Avaldised

Õpilane:

1. sooritab tehteid astmete ja juurtega (teine kuni neljas juur), teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
2. teisendab lihtsamaid (kaks tehet ja sulud) ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi.

Võrrandid ja võrratused

Õpilane:

1. eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
2. lahendab ühe tundmatuga lineaar- ja ruutvõrrandeid ning -võrratusi, samuti lihtsamaid murdvõrrandeid (maksimaalselt 2 murdu) ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;

3. lahendab lihtsamaid reaalelulise kontekstiga probleeme võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

Õppesisu

Teema	Sisu
Arvuhulgad	Arvuhulgad: naturaalarvude hulk N , täisarvude hulk Z , ratsionaalarvude hulk Q , irratsionaalarvude hulk I ja reaalarvude hulk R . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus.
Avaldised	Ratsionaalavaldised. Arvu n -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ja võrdsete juurijatega juurtega.
Võrrandid ja võrratused	Võrdus, võrrand, samasus. Lineaar-, ruut- ja murdvõrrandi lahendamine. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratuste lahendamine. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate, tekstülesannete lahendamine võrranditega. Võrrandite, võrratuste, võrrandi- ja võrratusesüsteemide lahendamine ning nende lahendhulkade leidmine ja kontrollimine digivahendite abil.

Lõiming

Füüsika: Liikumisülesanded, kinemaatika, kiiruse ja kiirenduse arvutamine.

Keemia: Aine sisaldus protsentides, keemiliste reaktsioonide tasakaal.

Majandus: Protsendiarvutused, intresside ja investeeringute arvutamine.

Geograafia: Statistiliste andmete analüüs ja tõlgendamine.

IKT: Digivahendite kasutamine matemaatiliste lahenduste kontrollimiseks ja visualiseerimiseks.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse mitmekesiseid materjale ja digivahendeid. e-Koolikott, GeoGebra ja Desmos pakuvad interaktiivseid lahendusi matemaatikaõppe toetamiseks. Praktiliste harjutuste hulgas kasutatakse varasemate aastate riigieksamite ülesandeid, mis võimaldavad rakendada õpitut reaalses kontekstis. Matemaatika õhtuõpik sisaldab täiendavaid selgitusi ja näiteid ning Videoõps pakub visuaalseid õppevideoid keerukamate temade mõistmiseks.

2. KURSUS – TRIGONOMEETRIA

Õpitulemused

Nurga mõiste üldistamine. Trigonomeetrilised funktsioonid ja avaldised

Õpilane:

1. teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
2. defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
3. loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
4. teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldise (rakenduvad maksimaalselt 3 erinevat trigonomeetrilist seost).

Siinus- ja koosinusteoreem. Ringjoon

Õpilane:

1. rakendab trigonomeetriat, siinus- ja koosinusteoreemi ning kolmnurga pindala valemeid kolmnurga lahendamisel;
2. leiab rööpküliku ja hulknurga pindala, tükeldades need sobivalts kolmnurkadeks;
3. arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala;
4. lahendab lihtsamaid reaalelulise kontekstiga planimeetria probleeme.

Õppesisu

Teema	Sisu
Nurga mõiste üldistamine. Trigonomeetrilised funktsioonid ja avaldised	Nurga mõiste üldistamine. Kraadid ja radiaanid. Trigonomeetrilised funktsioonid eri veerandites. Trigonomeetriliste avaldiste teisendamine ja lihtsustamine, põhivalemid.
Siinus- ja koosinusteoreem. Ringjoon	Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurkade lahendamine. Ringjoone mõiste ja omadused. Trigonomeetria rakendamine ringjoonega seotud ülesannetes.

Lõiming

Füüsika: laineoptika ja mehaanika, perioodilised protsessid;

Geograafia: Maa kuju ja koordinaadid, kaardiprojektsioonid;

Keemia: ainete molekulide ruumilised struktuurid;

Kehaline kasvatus: liikumisülesanded spordis;

IKT: graafikute joonestamine ja trigonomeetriliste funktsioonide visualiseerimine.

Õppevara

Trigonomeetria kursuse omandamisel kasutatakse mitmekesiseid õppematerjale, sealhulgas digitaalseid vahendeid nagu GeoGebra ja Desmos trigonomeetriliste funktsioonide visualiseerimiseks. Õpilased saavad harjutada trigonomeetriliste avaldiste teisendamist e-õppematerjalide ja interaktiivsete testide abil e-Koolikotis. Samuti on soovitatav kasutada Videoõpsi õppevideoid, mis aitavad mõista keerukamaid trigonomeetria teemasid ning nende praktilisi rakendusi. Riigieksamite materjalid ja olümpiaadiülesanded pakuvad võimalusi teadmiste süvendamiseks ning keerukamate probleemide lahendamiseks.

3. KURSUS – VEKTORID. JOONE VÕRRAND

Õpitulemused

Vektorid

Õpilane:

1. selgitab vektori mõistet, leiab vektori koordinaadid ja kahe punkti vahelise kauguse tasandil;
2. liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
3. leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid geomeetria probleemide lahendamisel.

Joone võrrand

Õpilane:

1. koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, kontrollib tehtut arvutis
2. määrab võrranditega antud sirgete vastastikused asendid tasandil, kontrollib tehtut tarkvaraliste lahenduste abil
3. koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
4. leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge) nii paberil kui ka tarkvaraliste lahenduste abil
5. tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning teab nende võrrandeid ja vastastikuseid asendeid tasandil;
6. joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi nii paberil kui ka arvutis;
7. kasutab vektoreid ja joone võrrandeid geomeetriaprobleemide lahendamisel, kontrollides saadud tulemuste õigsust tarkvaraliste lahenduste abil

Õppesisu

Teema	Sisu
Vektorid	Punkti asukoha kirjeldamine tasandil. Kahe punkti vahelise kauguse leidmine. Lõigu keskpunkt. Vektori mõiste ja tähistus. Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor. Seotud vektor. Vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ning lahutamine. Kahe vektori vahelise nurga leidmine. Kahe vektori skalaarkorrutis ja selle rakendused. Vektorite kollineaarsus ja ristseis.
Joone võrrand	Sirge tõusunurk. Sirge võrrand ja selle koostamine (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Kahe sirge lõikepunkti leidmine. Ringjoone võrrand. Ringjoone ja sirge lõikepunktide leidmine. Parabooli võrrand ning selle joonestamine. Sirgete, ringjoonte ja paraboolide joonestamine paberil ja digivahendite abil. Rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine.

Lõiming

Füüsika: vektorite rakendused jõudude, liikumise ja töö arvutamisel;

Geograafia: koordinaatide kasutamine kaardil ning suunavektorid;

IKT: digivahendite kasutamine jooniste ja graafikute koostamisel ning vektorite visualiseerimisel;

Sotsiaalsained: vektorite ja joone võrrandi rakendamine andmeanalüüsis ja trendide hindamisel.

Õppevara

Õppetöö käigus kasutatakse mitmekesiseid materjale, sealhulgas digitaalõppematerjale ning interaktiivseid rakendusi. E-koolikott sisaldab vektorite ja joone võrrandi teemalisi õppematerjale ning harjutusi. Digivahenditest kasutatakse GeoGebrat ja Desmost graafikute ja jooniste koostamiseks ning analüüsiks. Lisaks on soovitatav kasutada Videoõpsi videoid, mis aitavad paremini mõista vektorite ja joone võrrandi rakendusi. Riigieksamite materjalid ning olümpiaadiülesanded pakuvad võimalusi teadmiste süvendamiseks ja keerukamate probleemide lahendamiseks.

4. KURSUS – TÕENÄOSUS JA STATISTIKA

Õpitulemused

Tõenäosus

Õpilane:

1. eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust;
2. teab sündmuse tõenäosuse mõistet ning oskab leida soodsate ja kõigi võimaluste arvu (loendamise, kombinatoorika); arvutab sündmuse tõenäosust ja rakendab seda lihtsamaid elulisi ülesandeid lahendades.

Statistika

Õpilane:

1. teab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning arvkarakteristikute tähendust, kirjeldab ja visualiseerib jaotust histogrammi ning jaotusfunktsiooni abil;
2. teab valimi ja üldkogumi mõistet, mõistab statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust, teab valimi koostamise ja andmete kogumise reegleid ja oskab andmeid süstematiseerida ning visualiseerida;
3. kirjeldab juhuslikku suurust arvkarakteristikute ja diagrammide abil ning teeb nendest järeldusi uuritava nähtuse kohta;
4. püstitab uurimisküsimuse, kogub andmestiku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega;
5. visualiseerib IKT abil kahe juhusliku suuruse vahelist sõltuvust ja hindab seose iseloomu ning tugevust intuiitiivselt ja korrelatsioonikordaja (seose tugevuse karakteristiku) abil;
6. analüüsib andmestiku kogumise ja statistiliste otsustega seotud vigu.

Õppesisu

Teema	Sisu
Tõenäosus	Sündmused ja nende liigid. Klassikaline ja statistiline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Faktoriaal, permutatsioonid, kombinatsioonid. Sündmuste korrutise ja summa tõenäosus.
Statistika	Juhuslik suurus ja selle jaotusseadus. Normaaljaotus. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Jaotuspolügoon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve). Statistiline andmeanalüüs. Korrelatsioonikordaja ja selle rakendused.

Lõiming

Füüsika: katsete õnnestumise tõenäosus, veapiiride arvutamine;

Keemia: aineosakeste juhuslik liikumine ja reaktsioonide tõenäosus;

Bioloogia: geneetiliste omaduste pärimise tõenäosus, epidemioloogia ja nakkushaiguste levik;

Geograafia: ilmastikunähtuste statistiline analüüs;

Majandus: turu-uuringud, investeerimisriskide hindamine;

IKT: andmete visualiseerimine ja analüüs arvutiprogrammide abil.

Õppevara

Kursuse jooksul kasutatakse erinevaid õppematerjale, sealhulgas digitaalseid ressursse ja interaktiivseid harjutusi. E-koolikoti keskkonnast leiab mitmesuguseid materjale tõenäosuse ja statistika teemadel, mis aitavad kinnistada teoreetilisi teadmisi praktiliste näidete ja harjutustega.

Lisaks kasutatakse matemaatika õpikuid ja töövihikuid, mis sisaldavad nii teoreetilist materjali kui ka arvutuslikke ja rakenduslikke ülesandeid. Andmete analüüsiks ja visualiseerimiseks rakendatakse tarkvaralahendusi nagu Excel, GeoGebra ja Python.

Lisaväärtusena kasutatakse Eesti Statistikaameti andmeid ja artikleid, mis võimaldavad reaalsete andmete põhjal analüüsida erinevaid nähtusi ja tõlgendada nende põhjuste-tagajärgede seoseid.

5. KURSUS – FUNKTSIOONID

Õpitulemused

Funktsioonid

Õpilane:

1. selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid;
2. skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (paberil ning arvutil) ja kirjeldab nende põhjal funktsiooni peamisi omadusi;
3. teab, et eksponent- ja logaritmifunktsioon on teineteise pöördfunktsioonid;
4. teab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi ning logaritmit ja potentsierib lihtsamaid avaldisi;
5. lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid astme ning logaritmi definitsiooni ja logaritmi omaduste vahetu rakendamise teel;
6. saab aru liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemusest ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid;
7. lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

Õppesisu

Teema	Sisu
Funktsioonid	Funktsioonid: $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=ax$ (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemumkohtade ja -punktide leidmine. Funktsiooni ekstreemumid. Funktsioonid $y=ax^n$ ($n=1,2,-1,-2$) ja $y=\log_a(x)$. Arvu logaritmi mõiste. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmimine ning potentseerimine. Pöördfunktsioon. Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid. Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb e^{ax} . Mõisted $\arcsin m$, $\arccos m$ ja $\arctan m$. Lihtsamate trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendamine graafiku järgi etteantud lõigul.

Lõiming

Sotsiaaalained: liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine.

Füüsika: eksponent- ja logaritmifunktsiooni rakendused loodusnähtuste kirjeldamisel.

Bioloogia: populatsioonide kasvumudelid.

Geograafia: rahvastikukasvu mudelid.

IKT: funktsioonide graafikute joonestamine ja analüüs digivahendite abil.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse erinevaid digitaalseid vahendeid, näiteks GeoGebra ja Desmos, mis võimaldavad õpilastel interaktiivselt avastada funktsioonide omadusi ning nende graafikuid. E-koolikott pakub erinevaid õppematerjale, mis toetavad funktsioonide mõistmist ning praktilist rakendamist. Lisaks on soovitatav kasutada matemaatika õhtuõpikut ning erinevaid videoõppeplatvorme, mis aitavad õpilastel iseseisvalt süveneda keerukamatesse teemadesse. Varasemate aastate riigieksamite ülesanded annavad võimaluse harjutada erineva keerukusastmega ülesandeid ning mõista, kuidas funktsioonide rakendamine toimub reaalses maailmas.

6. KURSUS – JADAD. FUNKTSIOONI TULETIS

Õpitulemused

Jadad

Õpilane:

1. saab aru arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistest;
2. rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning n esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid.

Funktsiooni tuletis

Õpilane:

1. selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
2. leiab õppekavakohaste funktsioonide tuletisi;
3. koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis ja kontrollib saadut arvutis;
4. selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
5. leiab ühe muutuja polünoomi kujul esitatud funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku ning kontrollib saadut arvutis;
6. lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.

Õppesisu

Teema	Sisu
Jadad	Arvjada mõiste. Jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.
Funktsiooni tuletis	Funktsioonide $y=x^n(n\in\mathbb{Z})$, $y=e^x$, $y=\ln(x)$ tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise järgi. Ekstreemumülesanne.

Lõiming

Füüsika: keha liikumise kiirus ja kiirendus, marginaalne muutumine;

Majandus: liitintress kui geomeetiline jada, marginaali mõiste;

Bioloogia: populatsiooni kasvukõverad;

Kunst: fraktaalid nagu Kochi lumehelved, mida saab kirjeldada jadade abil.

Õppevara

Õppetöös kasutatakse mitmesuguseid digitaalseid ja trükitud õppematerjale. GeoGebra ja Desmos võimaldavad illustreerida nii jadade kui ka funktsioonide tuletiste omadusi. E-koolikott sisaldab interaktiivseid harjutusi, mis aitavad kinnistada tuletise rakendamist erinevates kontekstides. Lisaks kasutatakse varasemate aastate riigieksamite ülesandeid, mis aitavad õpilastel harjutada keerukamate probleemide lahendamist ja teadmiste rakendamist reaalelulistel olukordades.

7. KURSUS – TASANDILISED KUJUNDID. INTEGRAAL

Õpitulemused

Tasandilised kujundid

Õpilane:

1. tunneb ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab nende põhiomadusi;
2. kasutab elulisi ülesandeid lahendades õpitud geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid;

Integraal

Õpilane:

1. tunneb algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
2. tunneb ära kõvertrapetsi ning rakendab määratud integraali arvutades Newtoni-Leibnizi valemit;
3. arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

Õppesisu

Teema	Sisu
Tasandilised kujundid	Kolmnurk (mediaan, kõrgus, kesklõik), rööpkülik, romb, ristkülik, ruut, trapets, ringjoon ja ring. Korrapärased hulknurgad. Kujundite elementide vahelised seosed, pindalad ja übermõõdud. Rakendusülesanded.
Integraal	Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal ja Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapetsi pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali abil. Rakendusülesanded.

Lõiming

Füüsika ja bioloogia: kujundite kasutamine loodusteadustes, näiteks kehade liikumise trajektoorid või rakkude geomeetrilised kujundid.

Geograafia: kaartide ja pindalade arvutamine, maamõõtmise, looduslike kujundite analüüs.

Kunst ja arhitektuur: geomeetriliste kujundite kasutamine kompositsioonis ja konstruktsioonides.

Sotsiaalsed: pindalade arvutamine ehituses ja tootmises, optimaalse ruumikasutuse planeerimine.

IKT: geomeetriliste kujundite visualiseerimine ja modelleerimine tarkvaraprogrammides (GeoGebra, AutoCAD).

Õppevara

Kursus tugineb mitmekesistele õppematerjalidele, sealhulgas digitaalsetele ressurssidele ja praktilistele ülesannetele. Õpilased kasutavad e-õppe keskkondi nagu e-Koolikott ning matemaatikatarkvara, näiteks GeoGebra ja Desmos, et visualiseerida ja analüüsida geomeetrilisi kujundeid ning funktsioonide graafikuid. Rakendusülesannete lahendamisel toetutakse varasemate aastate riigieksamite ülesannetele, mis aitavad arendada probleemilahendusoskust ning tugevdada matemaatiliste mõistete omandamist reaalses kontekstis. Lisaks kasutatakse matemaatika õpikuid ja harjutuskogumikke, mis sisaldavad selgitusi, näiteülesandeid ja harjutusülesandeid.

8. KURSUS – STEREOMEETRIA

Õpitulemused

Stereomeetria

1. kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil ning sirgete ja tasandite võimalikke vastastikuseid asendeid ruumis (võrranditeta käsitlus);
2. selgitab ja rakendab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet (võrranditeta käsitlus);
3. tunneb ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehi ning nende omadusi;
4. kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga (näiteks telglõige ja ühe tahuga paralleelne lõige);
5. arvutab ainekavas nõutud kehade joonelemendid, pindala ja ruumala;
6. rakendab lihtsamaid ruumilisi probleeme lahendades trigonomeetria-, planimeetria- ja stereomeetriateadmisi.

Õppesisu

Teema	Sisu
Stereomeetria	Punkti koordinaadid ruumis, kahe punkti vaheline kaugus, sirgete ja tasandite vastastikused asendid ruumis, nurk kahe sirge vahel, sirge ja tasandi vaheline nurk, kahe tasandi vaheline nurk. Prisma ja püramiid, püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala. Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala. Ruumiliste kujundite lõikamine tasandiga. Praktilised ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta.

Lõiming

Stereomeetria on seotud erinevate õppeainetega:

Füüsika: ruumala ja massi vaheline seos, tihedus.

Kehaline kasvatus: kuuli, palli ja koonuse kuju ning omadused, toidupüramiid, kehakaalu ja ruumala seosed).

Kuns: geomeetriliste kujundite kasutamine ja perspektiiv.

Ajalugu: Egiptuse püramiidid, arhitektuurilised lahendused.

Õppevara

Stereomeetria õppimiseks kasutatakse erinevaid materjale, mis aitavad visualiseerida ruumilisi kujundeid ja arendada ruumikujutlust. Kasutatakse digitaalseid joonestusprogramme, interaktiivseid simulatsioone ning praktilisi mudelite valmistamise ülesandeid. Õppematerjalides esitatakse tahk- ja pöördkehade omadused, nende pindala ja ruumala leidmise meetodid ning geomeetria rakendused igapäevaelus. Lisaks kasutatakse varasemate aastate riigieksamite ülesandeid harjutamiseks ning probleemülesannete lahendamiseks.